### Fenyő Csillag<sup>1</sup>, Mosoni Aliz Lea<sup>2</sup>, Várkonyi Péter László<sup>3</sup>

# KIS ELEMEKBŐL ÉPÜLT TORNYOK ÖSSZEDŐLÉSÉNEK ELMÉLETI ÉS KÍSÉRLETI VIZSGÁLATA

## THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE COLLAPSE OF TOWERS BUILT FROM SMALL ELEMENTS

#### **KIVONAT / HUN**

Fontos mérnöki probléma magas épületek bontásánál azon védőtávolság meghatározása, amelyen belül veszélyes tartózkodni a lezuhanó elemek miatt. Kutatásunk során kísérleteket végeztünk fa elemekből összeállított különböző szerkezetű tornyokkal, és rögzítettük a legtávolabbra eső elem helyét. A kísérletek mellett egy általánosan alkalmazható fizikai modellt is kidolgoztunk a fenti távolság becslésére, melynek során figyelembe vettük, hogy nagy sebességű ütközéseknél az energia nagyobb hányada nyelődik el. Modellünk segítségével magyarázatot találtunk arra, hogy a biztonsági távolság miért nem egyenesen arányos a torony magasságával. A munkánkban javasolt módszerrel akár valós épületbontásoknál is használható modellt lehet a jövőben kidolgozni.

Kulcsszavak: épületbontás, repeszhatás, biztonsági távolság, robbantás

#### **ABSTRACT / ENG**

Determining the safety distance within which it is dangerous to stay due to falling elements is an important engineering problem during the demolition of tall buildings. In our research, we conducted experiments by knocking down towers composed of wooden elements and recorded the location of the furthest one. We also developed a generally applicable physical model for predicting the aforementioned distance, taking into account a general observation that the ratio of the kinetic energy absorbed in a collision depends on impact velocity. Our model successfully explains why the safety distance is not directly proportional to the height of the tower. The method proposed in our work can be used to develop a model applicable to largescale building demolition in the future. Keywords: building demolition, debris dispersal, safety distance, implosion

<sup>1</sup> építészmérnök (osztatlan) hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építészmérnöki Kar, e-mail: fenyocs@edu.bme.hu

<sup>2</sup> építészmérnök BSc hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építészmérnöki Kar, e-mail: alizlea.mósoni@edu.bme.hu
<sup>3</sup> okl. építészmérnök, PhD, habil, MTA doktora, egyetemi tanár, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építészmérnöki Kar,
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék, e-mail: varkonyi.peter@epk.bme.hu

ektorált tartalom

#### 1. | BEVEZETÉS

Diákok és mérnökhallgatók körében népszerű csapatprojekt fa építőkockákból nagyméretű tornyokat építeni. A Guinness rekordok könyve szerint a legmagasabb ilyen torony rekordját 2021 óta egy francia fiatalokból álló csapat tartja egy közel 19 méter magas alkotással [1]. Az építés leglátványosabb, és nagy közönséget vonzó fázisa az elkészült torony ledöntése. Ezzel kapcsolatban megfigyelték, hogy a leeső elemek meglepően kicsiny távolságra jutnak el, így a nézők számára kijelölendő biztonsági távolság viszonylag kicsiny lehet [2].

Dolgozatunk készítésének kiinduló motivációja, hogy a biztonsági távolság kérdése az iparban is fontos szerepet kap. A leeső tárgyak által okozott veszély kérdésével elsősorban robbantásos épületbontások, illetve sziklaomlások kapcsán foglalkoznak [3]. Egyéb bontási technikákra vonatkozóan az ipari előírások nem tartalmaznak részletes útmutatást a szükséges biztonsági távolságra nézve.

A biztonsági zóna a robbantások biztonsági kérdéseiről szóló 27/2022. (I. 31.) SzTFH rendelet alapján az a robbantás helyétől mért távolság, amelyen túl a robbantásnak a környezetre, személyekre gyakorolt hatása veszélytelen. Egy épület kontrollált ledöntése során a poron, mérgező gázokon, töltet ellátásokon, szeizmikus hatásokon, és léglökéseken kívül repeszhatás is jelentkezik, melyet szintén figyelembe kell venni a biztonsági zóna kijelölésekor. Az ipari gyakorlatban azonban a tapasztalati úton meghatározott távolságok csupán a robbanótöltet nagyságát veszik figyelembe, az épület magasságát, szerkezetét nem.

A tudományos irodalomban néhány helyen foglalkoznak a repeszhatás vizsgálatával. Van der Voort és Weerheijm [4] tanulmányukban statisztikai megközelítést alkalmaznak a repeszhatás okozta veszély becslésére, melyet a repeszdarabok kezdeti sebességének valószínűségi eloszlása alapján, különböző mérnöki modellekkel és mozgásegyenletekkel becsülnek meg. Jelen tanulmányhoz képest eltérő körülmény, hogy a kezdősebességeket a robbantások kísérleti vizsgálata alapján becsülik meg, míg mi a leeső darabok ütközését modellezzük, és ebből vonunk le következtetéseket. Xu és társai [5] írása a pattanás modellezésével foglalkozik. Fókuszukban az



a megfigyelés áll, hogy puha felületről is visszapattanhatnak a törmelékek, ha lapos a becsapódási szög, így a törmelék messzebbre jut. A tanulmány fő célja olyan empirikus formulák levezetése, amelyek képesek megjósolni a robbanásból származó betontörmelék talajfelületre történő becsapódási reakcióit adott beesési szög mellett. Knock és társainak [6] tanulmánya szintén az ütközésekre fókuszál; bemutatják, mi történik egy törmelék első találkozásakor a talajjal. A betongömböket és betonkockákat különböző sebességgel és beesési szögekkel beton, homok, víz és más különböző agyagok felületére lőtték ki. Az eredmények azt mutatták, hogy az ütközés utáni sebesség egyszerű empirikus képletek segítségével előre jelezhető, valamint, hogy a kockát gömbként lehet kezelni, és a becsapódó tárgyak két típusa különböztethető meg: az ütközés során szétaprózódók és az épen maradók.

A visszapattanás és a lehulló elemek várható távolságának számítógépes szimulációkkal való vizsgálatába Leine és társai [7] írása ad betekintést. A dolgozat célja egy 3D-s szimulációs technika kidolgozása sziklaomlás modellezésére, amely figyelembe veszi a tömbök alakját, és felhasználja a nem sima kontakt dinamika legkorszerűbb módszereit. A kőtömböket tetszőlegesen konvex poliéderként modellezik, a terepmodell pedig egy nagy felbontású digitális domborzati modellen alapul. A zuhanó kődarabok szimulációja rendkívül nagy kihívást jelent, mivel a mozgás során különböző mozgásformák lehetségesek: szabadesés, csúszás, gördülés, gurulás és pattogás, csúszással vagy megakadással. A kifutási távolságot, az oldalirányú terjedést és a pattanások magasságát erősen befolyásolja a szikladarab alakja, valamint a tereppel és más akadályokkal, például fákkal való kölcsönhatás.

Kawai és társai [8] tanulmányukban rámutatnak az egyszerre mozgó kőtömbök közötti kölcsönhatás szerepére. Az általuk végzett kutatásban a kísérletek célja az volt, hogy feltárják azokat a domináns tényezőket, amelyek befolyásolják a maximális megtett távolságot, amikor egy nagy törmelékhalmaz egyidőben omlik le. A vizsgálati eredmények azt mutatták, hogy az egyes szemcsék alakjának és felületi simaságának hatása jelentős.

Hasonló témával foglalkozik Bundy [9] is, aki karcsú, eldőlő kémények viselkedését vizsgálta. Ebben a tanulmányban szilárdsági szemszögből közelíti meg a problémát, és arra a következtetésre jut, hogy az alacsony húzószilárdsággal



2. ÁBRA: A kísérletek kivitelezése nagy felületű lemezzel

1. ÁBRA: A fa építőelem dimenziói





3. ÁBRA: A tornyok szerkezeti típusai, balról jobbra: 1, 2, 3. és 4. típus

rendelkező, téglából épített kémények esetében egy bizonyos dőlésszögig a kémény egyben mozog. Utána viszont a húzott övben a határfeszültség elérése miatt a kémény alsó 30-50%-ában hasadás keletkezik, és a kémény több darabra esik szét. A mozgásnak ez a jellegzetessége érdekes számunkra, mert jelentősen befolyásolja az építmény elemei által megtett távolságot.

#### 2. | A KÍSÉRLETI VIZSGÁLATOK ISMERTETÉSE

Az általunk vizsgált tornyok egyforma elemekből épültek föl: ezek 7,5×2,5×1,5 cm oldalhosszúságú fahasábok voltak **(1. ábra)**. Egy ilyen elem tömege mintegy 11 g. Az önsúlyon kívül semmilyen függőleges irányú terhet nem helyeztünk a tornyokra. Ragasztóanyagot nem használtunk, kizárólag a gravitáció, és az egymással való súrlódás tartotta össze az elemeket. Az építést mindig vízszintes felületen hajtottuk végre, alátétet, hozzáadott kiegyenlítő réteget nem használtunk, csak a padlóra építkeztünk.

A kísérletek során egy nagy felületű lemezt a torony egyik oldalával párhuzamosan lassan közelítettünk az építményhez, a két felület érintkezésekor fokozatosan döntöttük a lemezt, majd a torony egyensúlyi pontjából való kibillenésének pillanatában hagytuk eldőlni azt **(2. ábra)**. Ezután egy előre leterített mérőszalaggal meghatároztuk a legtávolabb leeső darab helyét, és ezt jegyzőkönyvbe vettük. A feljegyzett táv (s) a torony lábától a legtávolabb leeső elem közepéig mért hossz. Minden kísérletet 3-5 alkalommal végeztünk el, majd meghatároztuk az eredmények átlagát és szórását. A célunk elérése érdekében több különböző magasságú, illetve szerkezetű toronnyal kísérleteztünk. A szerkezeti típusokat a **3. ábra** mutatja.





#### 3. | A KÍSÉRLETEK EREDMÉNYEI

#### 3.1. ELŐZETES FELTÉTELEZÉSEK

Már a kísérletezés előtt volt elképzelésünk arról, hogy milyen eredményeket várunk. Ezek egyrészt intuíciókon, másrészt pedig hasonló témában készült videókról tett megfigyeléseinken alapultak.

Az első pillanattól kezdve világos volt, hogy egy ilyen torony nem egyben dől el, hanem a borulás egy bizonyos pontja után szétesik, és az elemek sebességében jóval nagyobb lesz a függőleges komponens, mint a vízszintes. A tanulmány egyik alapvető kérdése az volt, hogy mekkora lehet a több méteres tornyok körül kijelölendő biztonsági zóna, mivel a korábbi ilyen jellegű kísérletekről készült videókban meglepően kicsi volt a magassághoz képest. Ez pedig arra enged következtetni, hogy a torony nem úgy dől el, mint egy merev test, hanem a dőlés egy viszonylag korai fázisában elemeire hullik.

Megérzéseink alapján azt is vártuk, hogy a ritkább, ugyanazon magasságú, de kevesebb elemből épülő torony veszélyzónája kisebb lesz, mint a tömörebb építményé.

A távolság – toronymagasság függvény, a továbbiakban: s(h) grafikon, formájára több feltételezésünk volt. A legvalószínűbbnek valamilyen ellaposodó függvény tűnt, de a lineáris modellt sem zártuk ki.

#### 3.2. A KÍSÉRLETEK EREDMÉNYEI

A kísérletek eredményeit táblázatok foglalják össze. Az 1-4. táblázat első három sora a négy szerkezeti típus mérési eredményei közül a különböző toronymagasságokhoz (*h*) kapcsolódóan mért távolságok (*s*) átlagát és szórását mutatja be. Az átlagértékek láthatóak a 4. ábra grafikonján is. Itt az alsó indexben megjelenő számok a toronytípus sorszámával egyeznek meg (világoskék: 1. típus; zöld: 2. típus; szürke: 3. típus; barna: 4. típus). A betűk a különböző toronymagasságokat jelzik. A grafikonról első ránézésre leolvasható, hogy az s távolság növekedő függvénye a h toronymagasságnak, de a kapcsolat nem lineáris. Ezenkívül jelentős szerepe van a torony szerkezetének is.

1. TÁBLÁZAT: Az 1. szerkezeti típus mérési és modellillesztés eredményei

h: toronymagasság [m]	0,20	0,30	0,40	0,50		
s: mérések átlaga [m]	0,65	1,26	1,43	1,75		
s: mérések szórása [m]	0,02	0,08	0,10	0,10		
α paraméter értéke	4,24					
s: modell jóslata (m)	0,86	1,16	1,44	1,70		
eltérés a mérésektől [m]	0,21	-0,10	0,01	-0,05		

2. TÁBLÁZAT: A 2. szerkezeti típus mérési és modellillesztés eredményei

h: toronymagasság [m]	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
s: mérések átlaga [m]	0,27	0,55	1,10	1,27	1,51
s: mérések szórása [m]	0,02	0,00	0,06	0,23	0,09
α paraméter értéke			3,69		
s: modell jóslata [m]	0,35	0,58	0,79	0,98	1,15
eltérés a mérésektől [m]	0,08	0,03	-0,31	-0,29	-0,36

3. TÁBLÁZAT: A 3. szerkezeti típus mérési és modellillesztés eredményei

h: toronymagasság [m]	0,30	0,40	0,52	0,68		
s: mérések átlaga [m]	0,95	1,12	1,65	1,89		
s: mérések szórása [m]	0,05	0,01	0,13	0,05		
α paraméter értéke	2,87					
s: modell jóslata [m]	1,01	1,25	1,53	1,87		
eltérés a mérésektől [m]	0,06	0,13	-0,12	-0,02		

4. TÁBLÁZAT: A 4. szerkezeti típus mérési és modellillesztés eredményei

h: toronymagasság [m]	0,14	0,24	0,35	0,45	0,87	1,29
s: mérések átlaga [m]	0,25	0,42	0,82	0,97	1,28	1,37
s: mérések szórása [m]	0,07	0,02	0,06	0,14	0,08	0,13
α paraméter értéke	1,97					
s: modell jóslata [m]	0,30	0,46	0,60	0,73	1,20	1,61
eltérés a mérésektől [m]	0,05	0,04	-0,22	-0,24	-0,08	0,24

#### 4. | A MODELL

Az alábbiakban olyan modellre teszünk javaslatot, mely az összedőlés fizikai folyamatának egyszerűsített képén alapul, és összhangban van a kísérleti eredményekkel.

Tegyük fel, hogy a torony elemei kezdősebesség nélkül esnek le. Vizsgáljunk most egy merev testet, amely h magasságból esik le 0 kezdősebességgel. A légellenállást elhanyagoljuk.

A földe<u>t ér</u>és (függőleges irányú) sebessége

 $v = \sqrt{2gh}$  ,

ahol $\dot{g}$  a gravitációs gyorsulás.

Ennek pillanatában a mozgási energia nagysága

E = mgh ,

ahol *m* a darab tömege.

Az ütközés után a test mozgási energiája:

$$E_{ut\acute{a}n} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}\theta\omega^2$$

ahol  $v_x \notin v_y$  a tömegközéppont ütközés utáni sebességének komponensei,  $\omega$  a szögsebessége,  $\theta$  a tehetetlenségi nyomatéka. A három tag a vízszintes és függőleges haladó mozgáshoz, illetve a forgó mozgáshoz tartozó energia.

Ez alapján elmondhatjuk, hogy az első ütközés során a test energiája négyfelé oszlik:

a = függőleges haladó mozgás energiája,

b = vízszintes haladó mozgás energiája,

c = forgó mozgás energiája,

d = energiaelnyelődés az ütközés során,

ahol a + b + c + d = 1.

A biztonság javára való közelítésképp feltételezzük, hogy c = d = 0, azaz b = 1 - a.

Részletesen kifejtve:

### $rac{1}{2}mv_y^2=amgh$ és $rac{1}{2}m\,v_x^2=(1-a)mgh$ ,

amelyből az ütközés utáni sebességkomponensek:

$$v_x = \sqrt{2(1-a)gh}$$
 és  $v_y = \sqrt{2agh}$  .

A szabadesés kinematikai összefüggései alapján a test a második ütközésig

$$t = \frac{2v_y}{g} = \frac{2\sqrt{2agh}}{g}$$

időt tölt a levegőben, és ezalatt

$$s = v_x t = \sqrt{2(1-a)gh} \times \frac{2\sqrt{2agh}}{g} = 4h\sqrt{a(1-a)}$$

vízszintes távolságra jut.

Az eredmény függ a-tól, és akkor a legnagyobb, ha a = 1/2, amely esetben:

$$s = 4h\sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)} = 4h\sqrt{\frac{1}{4}} = 2h$$

A gyakorlati megfigyelések azt mutatják, hogy az első pattanás során megtett távolság lényegesen nagyobb a többi pattanás hatásánál. Így a fent kapott *s* értéket használjuk a legnagyobb megtett távolság becslésére. Ez a modell azt jó-



4. ÁBRA: A kísérleti eredmények átlaga (pontok) és a javasolt modell jóslatai (folytonos görbék) lineáris és log-log koordinátarendszerben ábrázolva

solja, hogy a távolság egyenesen arányos *h*-val. Mivel azonban fenti eredmény lényegesen eltér a kísérlet eredményeitől, a modellt pontosítani szükséges.

Elsőként bevezetünk egy  $\alpha$  szorzótényezőt is, mellyel módosítjuk a kapott *s* távolságokat. Ez a tényező a modell által elhanyagolt hatásokat, például a többi pattanás hatását veszi figyelembe durva közelítésképpen.

Másodikként figyelembe vesszük az ütközés során fellépő energiaelnyelődés hatását. Thornton [10] tanulmánya megvizsgálja különböző ütköző tárgyak esetén az energiaelnyelődés függését a becsapódás sebességétől. Méréseik során az *e* ütközési számot mérik, melyet az ütközés utáni és az ütközés előtti sebesség nagyságának hányadosaként definiálnak:

$$e = \frac{v_{kimen\tilde{0}}}{v_{kimen\tilde{0}}}$$

 $v_{bees\acute{e}si}$ 

Eredményeik alapján kis sebességek esetén az e = 1 (azaz 0 energiaelnyelődés) jó közelítést jelent, nagy sebességek esetén pedig az ütközési szám értéke jó közelítéssel

$$e = \sqrt[4]{\frac{p}{v_{beesési}}}$$

ahol p egy, a becsapódó tárgy méretétől és anyagi tulajdonságoktól függő, sebesség dimenziójú, empirikusan meghatározható konstans érték. A modellünkben az egyszerűség kedvéért azt feltételeztük, hogy

$$e = \min\left(1, \sqrt[4]{\frac{p}{v_{beesési}}}\right)$$

Mivel a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos, az *e* ütközési szám értékéből megbecsülhetjük az ütközés során megmaradó *d* energiahányad értékét:

$$1 - d = e^2 = \min\left(1, \sqrt{\frac{p}{v_{bees \notin si}}}\right).$$

Ennek az energiamegmaradásnak a hatása megegyezik azzal, mintha azzal arányosan csökkentett  $h^*$  magasságból ejtenénk le az elemet:

$$h^* = h \cdot \min\left(1, \sqrt{\frac{p}{v_{beesési}}}\right).$$

A javasolt módosításokat modellbe bevezetve a legnagyobb s távolságra kapott becslés

$$s \leq 2h \cdot \min\left(1, \sqrt{\frac{p}{\sqrt{2gh}}}\right) \cdot \alpha$$

ahol az  $\alpha$  korrekciós tényező és a p paraméter is empirikusan meghatározható ismeretlen modellparaméterek.

#### 5. | A MODELLPARAMÉTEREK BECSLÉSE A KÍSÉRLETI EREDMÉNYEK ALAPJÁN

Az elvégzett kísérletek segítségével megbecsülhető a modellben szereplő p és  $\alpha$  érték. A modell képletét megvizsgálva megállapíthatjuk, hogy s értékére a p paraméter csak egy küszöbértéket meghaladó h magasságok esetén van hatása, ahol a modell képletében szereplő min(...) tag 1-nél kisebb lesz és az s(h) függvény nemlineáris. Kis magasságok esetén p-nek nincs hatása, és az s(h) függvény lineáris. A négy toronytípus közül a 4. típus mérési eredményei térnek el legjobban a lineáristól, ezért ezek a legalkalmasabbak a p paraméter becslésére. Elsőnek a két ismeretlen paramétert a 4. típus kísérleti eredményeiből határoztuk meg az Excel szoftver Solver optimalizáló algoritmusával, amely során az alábbi hibafüggvényt minimalizáltuk:

$$H(\alpha, p) = \sum_{i} \left( s_{i} - 2\alpha h_{i} \cdot \min\left(1, \sqrt{\frac{p}{\sqrt{2gh_{i}}}}\right) \right)^{2}$$

A képletben  $s_i$  az egyes toronymagasságoknál mért leesési távolságok átlaga,  $h_i$  pedig a torony magassága.

A kapott *p* paraméter a becsapódó tárgy méretétől és anyagi tulajdonságaitól függ, ezért a fenti optimalizálással kapott p értéket használtuk minden toronytípusnál. Esetünkben ez az érték p = 0,51 m/s. A második körben  $\alpha$  értékét határoztuk meg a másik három toronytípus kísérleti eredményeiből, rögzített p mellett, a fenti hibafüggvény ismételt minimalizálásával. Megfigyelésünk az, hogy az  $\alpha$  értéke a tömörség függvényében növekszik. A modell által jósolt távolságokat az 1-3. táblázat és 4. ábra mutatja.

#### 6. | KONKLÚZIÓ

A kísérleteinkből azt a következtetést vontuk le, hogy az épület magassága (h) és a legtávolabb leeső elemnek az eredeti toronytól való távolsága (s) közötti összefüggés nemlineáris, ellaposodó függvénnyel írható le. Elméleti megfontolások alapján javaslatot tettünk a függvény pontos típusára, és a modell paramétereit az általunk végzett kísérletekre illesztettük. A kapott függvény egyik jellegzetessége, hogy létezik egy kritikus épületmagasság, amelynél az épület magassága és a leeső elem távolsága, avagy a biztonsági zóna sugara megegyezik, ezen ponton túl a sugár kisebb lesz az épület magasságánál (s < h).

Ezen megfigyelés egyik oka az lehet, hogy az eldőlő torony egy bizonyos kicsiny dőlési szögig tartotta meg eredeti szerkezetét, utána szétesett, és az egyes elemek pattogó mozgása szabta meg a legtávolabb eső elem kezdőponttól való távolságát. A másik ok az ütközések során bekövetkező energiaelnyelődés sebességfüggő volta.

Napjaink építőipari gyakorlatában, többek között épületbontások és robbantások alkalmával nincsen fizikailag alátámasztott, és általánosan alkalmazott képlet a biztonsági zóna sugarának meghatározására. A szemléltetett kísérleti eredményeink, valamint az ezek segítségével kidolgozott modell az építőipari gyakorlatban is hasznosíthatóak, ezzel elősegítve a biztonságos munkavégzést. Mivel a modell paraméterei nagyban függhetnek az ütköző testek anyagától és méretétől, illetve a torony szerkezetétől, ezért a dolgozatban kapott számértékek nem alkalmazhatóak egy az egyben valós építőipari problémákra. Ugyanakkor a dolgozatban alkalmazott módszertan, mely kísérleti méréseken és a modell empirikus illesztésén alapul, alkalmazható ipari körülmények között is.

#### IRODALOMJEGYZÉK

[1] Guinness World Records: Tallest tower made from wooden toy blocks, https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/95179-tallest-towermade-from-wooden-toy-blocks (2023. március 16.)

[2] KEVA planks: The KEVA planks world record tower, https://www. kevaplanks.com/world-record [2023. március 16.]

[3] Nemes József: Kivonat a robbantási technológiai előírás elemeiből II. (Szeizmikus biztonsági távolságok), Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet, 2008, p. 27.

[4] Martijn M. van der Voort, Jaap Weerheijm: A statistical description of explosion produced debris dispersion, International Journal of Impact Engineering, vol. 59 (2013), pp. 29-37, https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2013.03.002
[5] Jin Xu, C. K. Lee, Sau Cheong Fan, Kok Wei Kang: A study on the ricochet of concrete debris on sand, International Journal of Impact Engineering, vol. 65 (2014), pp. 56-68, https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2013.11.003

[6] Clare Knock, Ian Horsfall, Steve M. Champion, I. C. Harrod: The bounce and roll of masonry debris, International Journal of Impact Engineering, vol. 30 (2004), no. 1, pp. 1-16, https://doi.org/10.1016/S0734-743X(03)0057-5

[7] Remco I. Leine, Andreas Schweizer, Marc Christen, James Glover, Perry Bartelt, Werner Gerber: Simulation of rockfall trajectories with consideration of rock shape, Multibody System Dynamics, vol. 32 (2014), no. 2, pp. 241-271, https://doi.org/10.1007/s11044-013-9393-4

[8] Tadashi Kawai, Hitoshi Nakase, Shuji Moriguchi: Influence of particle shape of falling rock-mass on the maximum travel distance, Transactions of the 25th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Charlotte, NC, USA, August 4-9, 2019. https://repository.lib.ncsu. edu/bitstream/handle/1840.20/37689/IV\_1023\_Tadashi\_KAWAI.pdf

[9] Francis P. Bundy: Stresses in freely falling chimneys and columns. Journal of Applied Physics, vol. 11 (1940), no.2, pp. 112-123. *https://doi.org/10.1063/1.1712742* 

[10] Claire Thornton: Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastic spheres, Journal of Applied Mechanics, vol. 64 (1997), no. 2, pp. 383-386, https://doi.org/10.1115/1.2787319